

Açıköğretim Lisesi

Matematik 1

Konu Anlatımlı Soru Bankası



isabet
YAYINLARI



Açıköğretim Lisesi

MATEMATİK - 1

Konu Anlatımlı Soru Bankası

Bu kitaptaki çıkmış soruların her hakkı *MEB ÖLÇME DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ GENEL MÜDÜRLÜĞÜNE* aittir. Hangi amaçla olursa olsun, tamamının veya bir kısmının kopya edilmesi, fotoğraflarının çekilmesi, herhangi bir yolla çoğaltılması ya da kullanılması, yayımlanması *MEB ÖLÇME DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ GENEL MÜDÜRLÜĞÜNÜN* yazılı izni olmadan yapılamaz. Bu yayın izni telif ücreti ödenerek alınmıştır.

Bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayımlanması ve depolanması yasaktır.

Bu kitabın tüm hakları **İSABET Yayıncılık**'a aittir.

Yayına Hazırlık

İsabet Dizgi

Baskı Yeri

Fazilet Neşriyat ve Ticaret AŞ
Bağlar Mah. Mimar Sinan Cad. No: 52
Güneşli / Bağcılar / İSTANBUL
Tel: (0212) 657 88 00
www.fazilet.com.tr

SUNUŞ

Kıymetli öğrenciler,

İsabet Yayınları olarak Açık Öğretim Lisesi sınavlarına en kolay şekilde hazırlanabilmeniz için **KONU ANLATIMLI SORU BANKASI** kitaplarını hazırladık.

Bu kitabı, **MEB müfredatına tamamen uygun, kolay, anlaşılır** ve **akılda kalıcı** şekilde hazırladık. Ayrıca önemli yerleri vurgulayıp “tablo”, “resim” ve “**uyarı**”larla konunun dikkatinizi çekmesini amaçladık.

Konuları anlatırken **çıkış soruları çözümleriyle** beraber verdik.

Her konunun ardından testleri çözerek öğrendiklerinizi ölçebilirsiniz.

Ayrıca bu kitabın ders anlatım videolarını **isabetakademi.com** adresinden ya da **Youtube İSABET AKADEMİ** kanalından izleyebilirsiniz. Bu kitabın dijital sürümünü **isabetakillitahta.com** adresinde bulabilirsiniz.

İsabet Yayınları ile yolunuz da **AÇIK**, ufkunuz da!

Hayat boyu başarılar dileriz...

İÇİNDEKİLER

Mantık

Önermeler 9

Kümeler

Küme Kavramı ve Alt Küme 25

Kümelerde İşlemler 35

Küme Problemleri 43

Kartezyen Çarpımı 49

Denklem ve Eşitsizlikler

Sayı Kümeleri 63

Mutlak Değer 75

Üstlü Sayılar 87

Köklü Sayılar 107

Oran-Orantı ve Problemler 125

Bölünebilme

Bölme İşlemi 143

Ebob - Ekok 148

1. ÜNİTE

Mantık

Önerme

Doğru veya yanlış bir hüküm bildiren, aynı anda hem doğru hem de yanlış olamayan ifadelere **önerme** denir. Doğru önermelerin doğruluk değeri "1", yanlış önermelerin doğruluk değeri "0" dır.

Örnek

Aşağıdaki ifadelerin önerme olup olmadıklarını belir-
tip, önerme olanların doğruluk değerini yazınız.

- İstanbul, Marmara Bölgesi'ndedir.
- $4 < 3$
- $3^2 \neq 9$
- Karenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.
- Çay içelim.
- Sinemaya gidecek misiniz?

Çözüm

a, b, c ve d ifadeleri bir yargı belirttiği için önermedir. Ancak e ve f ifadeleri yargı belirtmedikleri için önerme değildir. a ve d önermesinin doğruluk değeri 1, b ve c önermelerinin doğruluk değeri 0 dır.

Bilgi Kutusu

n tane farklı önermenin 2^n tane farklı doğruluk değeri vardır.

İki önerme için 4 farklı doğruluk değeri,

üç önerme için 8 farklı doğruluk değeri vardır.

| p | q |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |
| 0 | 0 |

| p | q | r |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

Denk Önermeler

Doğruluk değerleri aynı olan iki önermeye **denk önerme** denir. p ve q önermeleri birbirine denk ise $p \equiv q$, denk değil ise $p \not\equiv q$ şeklinde gösterilir.

$$p : 3^2 = 9$$

$$q : 4 < 3$$

$$r : 1 \text{ asal sayıdır.}$$

önermeleri için; $p \equiv 1$, $q \equiv 0$ ve $r \equiv 0$ olduğundan,

$$\bullet p \not\equiv r \quad \bullet q \equiv r \quad \bullet p \not\equiv q \text{ olur.}$$

Bir Önermenin Olumsuzu (Değili)

Bir önermenin hükmünün değiştirilmesiyle elde edilen yeni önermeye ilk önermenin **olumsuzu (değili)** denir.

Bir önerme doğru ise değili yanlış, yanlış ise değili doğrudur.

p önermesinin olumsuzu (değili) p' ile gösterilir.

| p | p' |
|---|----|
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

Bileşik Önermeler

İki veya daha fazla önerme "ve", "veya", "ya da", "ise", "ancak ve ancak" gibi bağlaçlarla birbirine bağlanırsa bileşik önerme elde edilir.

| Bağlaç | Sembolü |
|----------------|-------------------|
| veya | \vee |
| ve | \wedge |
| ya da | \veebar |
| ise | \Rightarrow |
| ancak ve ancak | \Leftrightarrow |

Veya (\vee) Bağlacı

| p | q | $p \vee q$ |
|---|---|------------|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

Ve (\wedge) Bağlacı

| p | q | $p \wedge q$ |
|---|---|--------------|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

Örnek

$$p \equiv 0, \quad q \equiv 1, \quad r \equiv 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

a. $p \vee (q \wedge r)$

b. $q' \wedge (p \vee r')$

Çözüm

a. $p \vee (q \wedge r) \equiv 0 \vee (1 \wedge 0) \equiv 0 \vee 0 \equiv 0$

b. $q' \wedge (p \vee r') \equiv 1' \wedge (0 \vee 0')$

$$\equiv 0 \wedge (0 \vee 1)$$

$$\equiv 0 \wedge 1$$

$$\equiv 0$$

Aşağıdaki denklikleri sorularda sıkça kullanacağız.

$$\bullet p \vee 1 \equiv 1$$

$$\bullet p \wedge 1 \equiv p$$

$$\bullet p \vee 0 \equiv p$$

$$\bullet p \wedge 0 \equiv 0$$

$$\bullet p \vee p' \equiv 1$$

$$\bullet p \wedge p' \equiv 0$$

Bilgi Kutusu

1. $\left. \begin{array}{l} p \vee p \equiv p \\ p \wedge p \equiv p \end{array} \right\}$ Tek kuvvet özelliği

2. $\left. \begin{array}{l} p \vee q \equiv q \vee p \\ p \wedge q \equiv q \wedge p \end{array} \right\}$ Değişme özelliği

3. $\left. \begin{array}{l} p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \\ p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \end{array} \right\}$ Birleşme özelliği

4. $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ } \wedge nin \vee üzerine dağılıma özelliği

5. $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ } \vee nin \wedge üzerine dağılıma özelliği

6. $\left. \begin{array}{l} (p \vee q)' = p' \wedge q' \\ (p \wedge q)' = p' \vee q' \end{array} \right\}$ De Morgan kuralları

isabet

Örnek

$$(p \wedge q)' \vee q$$

bileşik önermesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

$$(p \wedge q)' \vee q \equiv (p' \vee q') \vee q$$

(De Morgan)

$$\equiv p' \vee (q' \vee q)$$

(Birleşme özelliği)

$$\equiv p' \vee 1$$

$$\equiv 1$$

Ya Da (\vee) Bağlacı

| p | q | $p \vee q$ |
|---|---|------------|
| 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

Örnek

p : Türkiye'nin başkenti Ankara'dır.

q : Tüm asal sayılar tektir.

önergeleri için $p \wedge (p \vee q)$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulalım.

Çözüm

$p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$ olduğundan

$$\begin{aligned} p \wedge (p \vee q) &\equiv 1 \wedge (1 \vee 0) \\ &\equiv 1 \wedge 1 \equiv 1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek

$p \equiv 1$, $q' \equiv 1$, $r \equiv 0$

önergeleri için verilen bileşik önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

- $(p' \wedge r)' \vee q$
- $(p \vee q') \wedge r$
- $(p \vee q) \wedge (p \vee q)$

Çözüm

$$\begin{aligned} \text{a. } (p' \wedge r)' \vee q &\equiv (0 \wedge 0)' \vee 0 \\ &\equiv 0' \vee 0 \\ &\equiv 1 \vee 0 \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (p \vee q') \wedge r &\equiv (1 \vee 1) \wedge 0 \\ &\equiv 0 \wedge 0 \\ &\equiv 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } (p \vee q) \wedge (p \vee q) &\equiv (1 \vee 0) \wedge (1 \vee 0) \\ &\equiv 1 \wedge 1 \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

Örnek

$$p \vee q \equiv 0, \quad q \vee r \equiv 0$$

olduğuna göre, $p \vee (q \wedge r)$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm

$p \vee q \equiv 0$ ise $p \equiv q \equiv 1$ veya $p \equiv q \equiv 0$ olur.

$q \vee r \equiv 0$ ise $q \equiv 0$ ve $r \equiv 0$ olacağından $p \equiv 0$ olur.

O halde

$$\begin{aligned} p \vee (q \wedge r) &\equiv 0 \vee (0 \wedge 0) \\ &\equiv 0 \vee 0 \\ &\equiv 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

İse (\Rightarrow) Bağlacı (Koşullu Önerme)

| p | q | $p \Rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

Örnek

$$p \equiv 1, \quad q \equiv 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

a. $p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \dots\dots\dots$

b. $p' \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv \dots\dots\dots$

c. $(p \vee q') \Rightarrow p \equiv \dots\dots\dots$

Çözüm

a. $p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv 1 \Rightarrow (1 \wedge 0)$
 $\equiv 1 \Rightarrow 0$
 $\equiv 0$

b. $p' \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv 0 \Rightarrow (1 \Rightarrow 0)$
 $\equiv 0 \Rightarrow 0$
 $\equiv 1$

c. $(p \vee q') \Rightarrow p \equiv (1 \vee 1) \Rightarrow 1$
 $\equiv 1 \Rightarrow 1$
 $\equiv 1$

Uyarı

Kural : $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$

Koşullu Önermenin Tersi, Karşıtı, Karşit Tersi

$p \Rightarrow q$ önermesinin tersi $p' \Rightarrow q'$

$p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtı $q \Rightarrow p$

$p \Rightarrow q$ önermesinin karşit tersi $q' \Rightarrow p'$

Örnek

“Kar yağıyorsa yollar buz tutmuştur” önermesinin tersini, karşıtını ve karşit tersini yazınız.

Çözüm

“Kar yağıyorsa yollar buz tutmuştur.” önermesinin

Tersi: “Kar yağmıyorsa yollar buz tutmamıştır.”

Karşıtı: “Yollar buz tutmuşsa kar yağmıyordur.”

Karşit tersi: “Yollar buz tutmamışsa kar yağmıyordur.”

Örnek

$p' \Rightarrow q$ önermesinin tersini, karşıtını ve karşit tersini yazınız.

Çözüm

$p' \Rightarrow q$ önermesinin

tersi: $p \Rightarrow q'$

karşıtı: $q \Rightarrow p'$

karşit tersi: $q' \Rightarrow p$ olur.

Ancak ve Ancak (\Leftrightarrow) Bağlacı (İki Yönlü Koşullu Önerme)

| p | q | $p \Leftrightarrow q$ |
|---|---|-----------------------|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

Örnek

$$p \equiv 1, \quad q \equiv 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

- $p \Leftrightarrow (p' \wedge q)$
- $(p' \Leftrightarrow q) \Rightarrow p$
- $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$

Çözüm

- $$p \Leftrightarrow (p' \wedge q) \equiv 1 \Leftrightarrow (0 \wedge 0)$$

$$\equiv 1 \Leftrightarrow 0$$

$$\equiv 0$$
- $$(p' \Leftrightarrow q) \Rightarrow p \equiv (0 \Leftrightarrow 0) \Rightarrow 1$$

$$\equiv 1 \Rightarrow 1$$

$$\equiv 1$$
- $$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p) \equiv (1 \vee 0) \Leftrightarrow (0 \Rightarrow 1)$$

$$\equiv 1 \Leftrightarrow 1$$

$$\equiv 1$$

Örnek

Aşağıdaki doğruluk tablosunu doldurunuz.

| p | q | p' | $p' \Rightarrow q$ | $(p' \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$ |
|---|---|----|--------------------|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Çözüm

| p | q | p' | $p' \Rightarrow q$ | $(p' \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$ |
|---|---|----|--------------------|--|
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Uyarı

$$\text{Kural : } p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

Totoloji ve Çelişki

Bileşenlerinin tüm doğruluk değerleri için doğru olan bileşik önermelere "totoloji", bileşenlerinin tüm doğruluk değerleri için yanlış olan bileşik önermelere de "çelişki" denir.

isabet

Örnek

$p' \vee p$ önermesinin totoloji, $p' \wedge p$ önermesinin de çelişki olduğunu aşağıdaki doğruluk tablosunu doldurarak gösteriniz.

| p | p' | $p' \vee p$ | $p' \wedge p$ |
|---|----|-------------|---------------|
| 1 | | | |
| 0 | | | |

Çözüm

| p | p' | $p' \vee p$ | $p' \wedge p$ |
|---|----|-------------|---------------|
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |

Açık Önermeler

İçinde en az bir tane değişken olan ve değişkenin aldığı değerlere göre doğruluk değeri değişebilen ifadelere "açık önerme" denir.

Örnek

Doğal sayılar kümesinde tanımlı,

$$P(x) : x + 3 \leq 8$$

önermesinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$x + 3 \leq 8$ ise $x \leq 5$ olacağından $P(x)$ önermesinin çözüm kümesi $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ olur.

Örnek

Tam sayılar kümesinde tanımlı $P(x, y) : x + 2y < 5$ açık önermesi veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

- a. $P(1, 2)$
b. $P(-1, 2)$

Çözüm

a. $x = 1, y = 2$ yazıldığında

$$1 + 2 \cdot 2 < 5$$

$$5 < 5$$

ifadesi yanlış olduğundan $P(1, 2)$ önermesinin doğruluk değeri 0 dir.

b. $x = -1, y = 2$ yazıldığında

$$-1 + 2 \cdot 2 < 5$$

$$3 < 5$$

ifadesi doğru olduğundan $P(-1, 2)$ önermesinin doğruluk değeri 1 dir.

Niceleyiciler

"Bazı" ve "Her" sözcüklerine "niceleyici" denir. Bazı niceleyicisinin sembolü "∃", "Her" niceleyicisinin sembolü ise "∀" dir.

Örnek

Aşağıdaki önermeleri ∃ veya ∀ sembollerini kullanarak ifade edip, doğruluk değerlerini bulunuz.

- a. Bazı tam sayıların kareleri negatiftir.
b. Bütün gerçekte sayıların mutlak değeri pozitiftir.
c. Bazı doğal sayılar 7 den küçüktür.

Çözüm

- a. $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 < 0$ Doğruluk değeri 0 dir.
b. $\forall x \in \mathbb{R}, |x| > 0$ Doğruluk değeri 0 dir.
c. $\exists x \in \mathbb{N}, x < 7$ Doğruluk değeri 1 dir.

Açık Önermenin Değili

$\exists x, P(x)$ önermesinin değili $\forall x, P'(x)$

$\forall x, P(x)$ önermesinin değili $\exists x, P'(x)$

| Sembol | Değili |
|--------|--------|
| ∃ | ∀ |
| ∀ | ∃ |
| > | ≤ |
| ≥ | < |
| < | ≥ |
| ≤ | > |
| = | ≠ |
| ∨ | ∧ |
| ∧ | ∨ |

isabet

Örnek

Aşağıdaki açık önermelerin değillerini bulunuz.

- a. $\forall x, x + 1 = 3$
b. $\exists x, |x - 3| > 4$
c. $\exists x, x^2 \leq 0$

Çözüm

- a. $\exists x, x + 1 \neq 3$
b. $\forall x, |x - 3| \leq 4$
c. $\forall x, x^2 > 0$

1. Aşağıdakilerden hangisi bir önermedir?

- A) Akşam maça gidelim.
- B) Yağmur yağacak gibi.
- C) Karenin iç açılarının ölçüleri 90° dir.
- D) Tahta elektriği iletir mi?

2. Aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

- A) En küçük asal sayı 1'dir.
- B) $\frac{1}{4} > \frac{1}{3}$
- C) $-2^2 = (-2)^2$
- D) $(-1)^{10} = 1$

3. $p \equiv 1, q \equiv 0$ olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önermelerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

- A) $p \wedge q$
- B) $p' \vee q$
- C) $p \vee q$
- D) $p' \wedge q$

4. $p \equiv 0, q \equiv 1$ olduğuna göre,

- I. $p' \wedge q$
- II. $p \vee (q \wedge p)$
- III. $(p \vee q)'$
- IV. $p \vee (q' \wedge p)$
- V. $p' \vee q$

önermelerinden kaç tanesinin doğruluk değeri 0 dir?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

5. $p \vee q \equiv 0$

olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önermelerden hangisi doğrudur?

- A) $p \wedge q$
- B) $p' \wedge q$
- C) $p \vee q'$
- D) $p \vee q$

6. Aşağıdaki önermelerden hangisi daima doğrudur?

- A) $p \vee p'$
- B) $p \wedge 0$
- C) $p' \vee 0$
- D) $p \wedge p'$

isabet

7. $p \wedge (p' \vee q)$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine daima denktir?

- A) 1
- B) 0
- C) $p \vee q$
- D) $p \wedge q$

8. Aşağıdakilerden hangisi daima yanlıştır?

- A) $p \wedge q' \equiv q' \wedge p$
- B) $p \wedge (1 \wedge 0) \equiv 0$
- C) $p \wedge 1 \equiv p'$
- D) $p' \wedge 0 \equiv 0$